

**A. В. БОЙКО, А. П. УСАТЫЙ**

## КОМПЛЕКСНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССОВ В ТУРБИНЕ С РЕГУЛИРУЕМЫМИ ОТБОРАМИ ПАРА

**АННОТАЦІЯ** В работе приведена общая система уравнений, описывающая термогазодинамические процессы во всех составных частях турбины с регулируемыми отборами пара, а также приводится метод ее решения. Решение данной системы уравнений позволяет проводить комплексный тепловой расчет турбины, состоящей из системы парораспределения (соплового или дроссельного) с одно или двух венечной регулирующей ступенью, а также остальной проточной части, сформированной из ступеней давления. При этом, коэффициенты скорости для сопловых решеток регулируемых поворотных диафрагм, обеспечивающих регулирование отборов пара на производственные и теплофикационные нужды, определяются в результате решения общей системы уравнений.

**Ключевые слова:** теплофикационная паровая турбина, регулируемая поворотная диафрагма, коэффициент скорости, тепловой расчет, математическая модель.

**A. V. BOIKO, A. P. USATY**

## INTEGRATED MATHEMATICAL MODEL OF THE PROCESSES IN THE TURBINE WITH ADJUSTABLE STEAM EXTRACTION

**ABSTRACT** This article is dedicated to improving and expanding the ability of mathematical model of processes in the steam turbines flow path with the aim of implementation of integrated thermal steam turbines computation with controlled steam extractions. The mathematical model is based on a complex system of equations. Solving these equations, you can perform the calculation of the turbine, which consists of steam distribution system, control stage and the rest of the turbine with plenty of pressure stages. This is achieved by increasing the dimension of the common system of equations. In the number of unknown parameters of the overall system of equations the velocity coefficients of all nozzle grids, that have rotary diaphragm, are added. This system of equations is solving numerically using the Fletcher-Reeves conjugate gradient method. Thanks to the empowerment of the mathematical model of steam turbine flow path processes it is possible to solve the computation problem of the turbine for heating system in new statement: "at a specified pressure in the camera of steam extraction and steam consumption for heating system". The results of the computation studies of the cogeneration turbine APT-12-1, with different combinations of pressure and the mass flow rate of the extracted steam for heating are given in the article. The results of the studies confirmed the correctness of the improvements made in the mathematical model. Improved mathematical model can be used for solving the problems of the analysis of the efficiency of steam turbines and the problems of synthesis of optimal flow paths of extraction turbines taking into account their modes of operation.

**Keywords:** cogeneration steam turbine, rotary diaphragm, velocity coefficient, thermal computation, mathematical model.

### Введение

Чаще всего при моделировании процессов в проточной части турбины с регулируемыми отборами пара оценка потерь энергии в щелях регулируемой поворотной диафрагмы основывается на идее дросселирования пара в отмеченных щелях, например [1–3]. Однако, последние исследования по этому вопросу [4–6] показали отсутствие чистого дросселирования потока пара в щелях между поворотной и неподвижной частями соплового аппарата. Здесь отмечается, что в конструкциях сопловых аппаратов регулируемых поворотных диафрагм процесс течения пара характеризуется повышенным уровнем потерь энергии без наличия процесса чистого дросселирования. В таких конструкциях уровень потерь энергии зависит от взаимного положения поворотной и неподвижной части соплового аппарата.

Одной из проблем теплового расчета турбин с регулируемыми отборами пара является отсутствие достоверных данных по оценке эффективности сопловых решеток регулируемых поворотных диафрагм различных конструкций. Данный факт

не позволяет напрямую использовать известный метод теплового расчета конденсационных турбин [7, 8], хорошо зарекомендовавший себя при решении задач анализа и синтеза оптимальных проточных частей. Имеющиеся на сегодня данные по оценке потерь в сопловой решетке регулируемой поворотной диафрагмы, например, [4, 6] не являются универсальными, т.к. получены они для одной, конкретной конструкции сопловой решетки регулируемой поворотной диафрагмы, что ограничивает область их применения.

### Цель работы

Целью настоящей работы является совершенствование, и расширение возможностей математической модели процессов в проточной части паровых турбин с регулируемыми отборами пара на технологические и теплофикационные нужды за счет включения коэффициентов скорости всех сопловых решеток регулируемых поворотных диафрагм в число неизвестных параметров общей системы уравнений.

## Ізложение основного матеріала

Предлагаемая комплексная математическая модель процессов в турбине с регулируемыми отборами пара основана на системе алгебраических уравнений, которые описывают процесс во всех составных частях турбины. Решение данной системы уравнений дает возможность проводить комплексный тепловой расчет турбины, состоящей из системы парораспределения (СПР) (соплового или дроссельного), успокоительной камеры, а также остальной проточной части (ПЧ), состоящей из ступеней давления. При этом сопловые решетки некоторых из них могут быть выполнены с поворотными регулируемыми диафрагмами, обеспечивающими регулирование отборов пара на производственные и теплофикационные нужды.

Как известно, основная идея моделирования совместной работы системы парораспределения и остальной части давления многоступенчатой паровой турбины заключается в определении давления пара между регулировочной ступенью и основной ПЧ, обеспечивающего равенство массовых расходов пара через СПР и многоступенчатую ПЧ осевой турбины. Следовательно, необходимо иметь математические модели всех элементов (составных частей) турбоагрегата и обеспечить определение таких значений основных параметров пара между ними, которые бы гарантировали равенство пропускной способности всех его составных частей. Расчетно-конструктивная схема на базе, которой строится предлагаемая система уравнений для моделирования процессов в турбине с регулируемыми отборами пара, приведена на рис. 1.

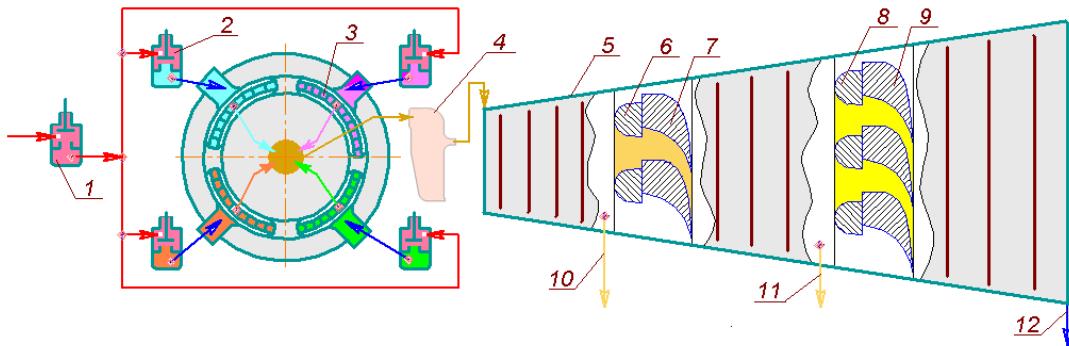


Рис. 1 – Расчетно-конструктивная схема модели совместной работы СПР и теплофикационной турбины: 1 – стопорный клапан; 2 – дроссельные клапаны системы парораспределения; 3 – сегменты сопловой решетки регулирующей ступени; 4 – успокоительная камера; 5 – часть давления теплофикационной турбины; 6, 8 – поворотные части сопловых решеток регулируемых диафрагм; 7, 9 – неподвижные части сопловых решеток регулируемых диафрагм; 10 – первый регулируемый отбор пара; 11 – последний (L-ї) регулируемый отбор пара; 12 – подача пара в конденсатор

Из расчетно-конструктивной схемы (рис. 1) видно, что основными элементами турбоагрегата являются: СПР, уравнительная камера и многоступенчатая часть давления теплофикационной турбины.

Моделирование процессов в СПР подробно описаны в [8], поэтому здесь отметим только некоторые важные моменты и возможности программной реализации такого моделирования.

Система уравнений, описывающая процессы в СПР основана на прямой задаче, решение которой требует определять положения запорных элементов дроссельных клапанов (ЗЭДК) для заданного массового расхода ( $G_{set}$ ) через открытый стопорный клапан. Для определения положений ЗЭДК в первую очередь, необходимо установить правила управления последовательностью и величинами подъема ЗЭДК. Важность определения отмеченных правил очевидна и вытекает она из неоднозначности решения задачи с заданным расходом в случае их отсутствия, т.к. один и тот же расход пара через систему СПР можно обеспечить

бесконечным множеством вариантов комбинаций положений различных ЗЭДК.

Из пяти реализованных вариантов правил, моделирующих управление позиционированием ЗЭДК для решения поставленной задачи, востребованный оказался классический вариант управления, при котором часть клапанов открыта, часть закрыта, а требуемая величина расхода обеспечивается соответствующим положением ЗЭДК одного из клапанов.

Его сущность заключается в том, что любая конструкция СПР имеет свою максимальную пропускную способность. Для ее определения моделируется полное открытие всех клапанов и находится расчетное значение расхода ( $G_{calc}$ ). Если будет выполнено условие, что заданное значение массового расхода  $G_{set} \geq G_{calc}$ , алгоритм завершит свою работу. В результате расчета будет определен расход пара, равный максимальной пропускной способности данной конструкции СПР. В противном случае, алгоритмы поиска комбинации положений ЗЭДК, обеспечивающей про-

хождение заданного расхода продолжат свою работу.

В данном алгоритме позиционирования ЗЭДК, в первую очередь определяется клапан, в зоне работы которого находится заданный расход. Для этого поочередно, начиная с последнего клапана, моделируется последовательное их закрытие и определение  $G_{calc}$ . Признаком нахождения такого клапана является выполнение двух условий:  $G_{calc} \geq G_{set}$  – при полностью открытом клапане и  $G_{set} \geq G_{calc}$  – при полностью закрытом клапане. Точное значение высоты подъема запорного элемента найденного клапана, обеспечивающее прохождение заданного расхода через СПР, определяется численным решением уравнения  $G_{set} = G_{calc} = f(H_{valve})$ . Для решения этого уравнения используется метод секущих. Здесь  $H_{valve}$  – высота подъема ЗЭДК.

Моделирование процессов в многоступенчатой части давления теплофикационной турбины основывается на системе уравнений, описывающей стационарное одномерное течение потока в турбинной ступени [7, 8], которая включает в себя:

1 Уравнения энергии и неразрывности в сечении за неподвижным сопловым аппаратом:

$$H_0 = i_0^* - i_1 + \frac{C_1^2}{2} = \text{const}.$$

$$G_1 = \rho_1 C_{1z} F_1 = \text{const}.$$

2 Уравнения энергии и неразрывности в сечении за вращающимся с угловой скоростью  $\omega$  рабочим колесом:

$$H = i_1 + \frac{C_1^2}{2} - u_1 C_{1u} = i_2 + \frac{W_2^2}{2} - \frac{u_2^2}{2} = \text{const},$$

$$G_2 = \rho_2 W_{2z} F_2 = \text{const}.$$

3 Уравнения процесса и состояния в расчётных сечениях:

- уравнения процесса для сечений за направляющим аппаратом и за рабочим колесом:

$$S_0^* - S_{1T} \left( P_1, \frac{1}{\varphi^2} \left[ i_1 - (1 - \varphi^2) i_0^* \right] \right) = 0,$$

$$S_1 - S_{2T} \left( P_2, \frac{1}{\psi^2} \left[ i_1 - (1 - \psi^2) i_0^* \right] \right) = 0;$$

- уравнения состояния:

$$T = T(P, i); \quad \rho = \rho(P, i); \quad S = S(P, i).$$

4 Кинематические соотношения, связывающие углы и скорости потока в абсолютном и относительном движении.

5 Замыкающие соотношений, в качестве которых могут выступать ограничения на величину теплового перепада турбины.

Решается данная система уравнений относительно давления торможения на входе в ступень/(группу ступеней)  $P_0^*$ , а также скоростей по-

тока на выходе из сопловой и рабочей решёток  $C_1$  и  $W_2$  соответственно. При этом должны быть заданы следующие параметры: начальные приближения давления  $P_{00}^*$  и скоростей потока  $C_{10}$  и  $W_{20}$ , массовый расход  $G_0$  и энталпия торможения  $i_0^*$  на входе в голову турбины, давление за ступенью/(группой ступеней)  $P_{2set}$ , угловая скорость вращения ротора  $\omega$ , средние диаметры по выходным кромкам сопловой и рабочей решёток  $D_1, D_2$ , а также высоты сопловых и рабочих лопаток  $l_1, l_2$  эффективные углы выхода из решёток  $\alpha_{1e}, \beta_{2e}$ , данные для оценки коэффициентов скорости решёток (хорды лопаток, количество лопаток в венцах, толщины кромок лопаток, геометрические углы входа решёток и др.), данные для расчёта дополнительных потерь энергии (типы уплотнений и их размеры, величины осевых и радиальных зазоров, количество скрепляющих проволок и т.п.).

Для одиночной турбинной ступени решается данная задача численно путём минимизации суммы квадратов невязок  $\Delta_{g1}^2 + \Delta_{g2}^2 + \Delta_h^2$  методом сопряженных градиентов Флетчера-Ривза, где отмеченные невязки представляют собой функции, зависящие от искомых параметров. В этом случае систему уравнений относительно искомых параметров символически можно записать в виде:

$$\begin{cases} \Delta_{g1}(P_0^*, C_1) = 0, \\ \Delta_{g2}(P_0^*, C_1, W_2) = 0, \\ \Delta_h(P_0^*, C_1, W_2) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

Вычисление невязок  $\Delta_{g1}, \Delta_{g2}$  и  $\Delta_h$  осуществляется в следующей последовательности.

Вначале определяются текущие значения скоростей и давления:

$$C_1 = C_{10} e^{X_1},$$

$$W_2 = W_{20} e^{X_2},$$

$$P_0^* = P_{00}^* e^{X_3},$$

где  $X_1, X_2, X_3$  – показатели степеней, значения которых определяются в функции, реализующей метод сопряженных градиентов Флетчера-Ривза.

Затем в сечениях за сопловой и рабочей решётками вычисляются теоретические скорости выхода из сопловой  $C_{1t} = C_1/\varphi$  и рабочей  $W_{2t} = W_2/\psi$  решёток. Далее, используя уравнения энергии, процесса, состояния и кинематические соотношения, определяются параметры рабочего тела в рассматриваемых сечениях и его массовые расходы через сопловую и рабочую решётки:

$$\begin{aligned}
G_1 &= \rho_1 C_{1z} F_1 = \\
&= \rho_1 \left[ P_1 \left( i_0^* - \frac{C_1^2}{2\varphi^2}, S_0^*(P_0^*, i_0^*) \right), i_0^* - \frac{C_1^2}{2} \right] \times \\
&\quad \times C_1 \sin \alpha_1 F_1, \\
G_2 &= \rho_2 W_{2z} F_2 = \\
&= \rho_2 \left[ P_2 \left( H + \frac{u^2 - W_2^2}{2\psi^2}, S_1(P_1, i_1) \right), H + \frac{u^2 - W_2^2}{2} \right] \times \\
&\quad \times W_2 \sin \beta_2 F_2.
\end{aligned}$$

Если течение в решетках дозвуковое, то под углами  $\alpha_1$  и  $\beta_2$  следует понимать эффективные углы выхода потока из решеток ( $\alpha_{1e}$ ,  $\beta_{2e}$ ), а при сверхзвуковом истечении – углы выхода потока с учётом отклонения в косом срезе.

Учитывая, что в приведенные выше уравнения неразрывности входят три неизвестные:  $P_0^*$ ,  $C_1$  и  $W_2$ , то минимизируя сумму квадратов невязок, которые приведены ниже

$$\begin{aligned}
\Delta_{g1} &= \frac{G_1 - \rho_1 F_1 C_{1z}}{G_0}, \quad \Delta_{g2} = \frac{G_2 - \rho_2 F_2 C_{2z}}{G_0}, \\
\Delta_h &= \frac{P_2 + \Delta P_{rc}}{P_{2set}} - 1,
\end{aligned}$$

можно с помощью метода сопряженных градиентов Флетчера-Ривза решить систему алгебраических уравнений (1).

Здесь  $P_2$  – статическое давление за рабочей решёткой ступени, полученное в результате текущего расчёта;  $\Delta P_{rc}$  – изменение давления, вызванное утечкой в радиальный зазор ступени;  $P_{2set}$  – заданное значение статического давления на выходе из ступени.

После решения системы (1) осуществляется определение значений недостающих параметров потока у корня и на периферии ступени. Кроме этого, уточняются значения коэффициентов скорости решёток ( $\varphi$ ,  $\psi$ ), различного рода дополнительных потерь энергии (ротационные, от скрепляющих проволок, от периодической нестационарности натекающего потока и др.), а также потери, связанные с надбандажными и прикорневыми протечками. Указанное уточнение значений  $\varphi$ ,  $\psi$  и остальных составляющих диссипации энергии в элементах ступени выполняется последовательными приближениями, количество которых обычно не превышает 5–7. Уточненные значения отмеченных параметров используются на следующей итерации решения системы уравнений (1) для более точного определения  $P_0^*$ ,  $C_1$  и  $W_2$ .

Расчёт многоступенчатой проточной части конденсационной турбины методически не отличается от приведенной последовательности расчёта одиночной ступени. При этом, уравнения (1)

записываются для каждой ступени, что приводит к системе вида [8]:

$$\left\{
\begin{aligned}
\Delta_{g1(j)}(P_0^*, C_{1(j)}) &= 0, \\
\Delta_{g2(j)}(P_0^*, C_{1(j)}, W_{2(j)}) &= 0, \quad (j = 1), \\
\Delta_{g1(j)}(P_0^*, C_{1(j)}, W_{2(j-1)}) &= 0, \\
\Delta_{g2(j)}(P_0^*, C_{1(j)}, W_{2(j)}) &= 0, \quad (j = 2), \\
&\dots \\
\Delta_{g1(n)}(P_0^*, C_{1(n)}, W_{2(n-1)}) &= 0, \\
\Delta_{g2(n)}(P_0^*, C_{1(n)}, W_{2(n)}) &= 0, \quad (j = n), \\
\Delta_h(P_0^*, C_{1(n)}, C_{1(n-1)}, \dots, C_{1(1)}, W_{2(n)}, W_{2(n-1)}, \dots, W_{2(1)}) &= 0,
\end{aligned}
\right. \quad (2)$$

где  $j$  – номер ступени;  $n$  – количество ступеней.

Однако, учитывая то факт, что при моделировании процессов в теплофикационных турбинах в местах регулируемых отборов пара на теплофикационные и технологические нужды необходимо обеспечивать заданные значения, как статических давлений  $P_{set}$ , так и величин массовых расходов пара в отборы  $G_{set}$ , которые определяются в результате расчета тепловой схемы турбоустановки, система уравнений (2) несколько усложняется.

Принципиальное отличие систем уравнений для конденсационной и теплофикационной турбин заключается в том, что в теплофикационных турбинах регулирование параметров пара в камерах отбора ( $P_{set}$  и  $G_{set}$ ) осуществляется соответствующим смещением поворотной части диафрагмы соплового аппарата относительно неподвижной его части (см. рис. 1). При этом, эффективность таких сопловых аппаратов может изменяться в очень широких пределах. Достоверных методик оценки эффективности решёток сопловых аппаратов регулируемых поворотных диафрагм не существует. Вместе с тем, очевидным является тот факт, что любая **реальная** комбинация параметров пара в камере отбора ( $P_{set}$  и  $G_{set}$ ), в конечном счете, однозначно может быть обеспечена соответствующим изменением уровня эффективности сопловой решётки регулируемой поворотной диафрагмы, установленной за камерой регулируемого отбора пара. Последнее требует увеличения размерности системы уравнений и включение в число ее неизвестных – дополнительных параметров, характеризующих эффективность сопловых решёток регулируемых поворотных диафрагм. В данной работе в качестве таких параметров были приняты коэффициенты скорости ( $\varphi$ ) таких решёток. С учетом этого, система уравнений, моделирующая процессы в теплофикационной турбине будет иметь следующий вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_{g1(j)}(P_0^*, C_{1(j)}, \varphi_{k_1}, \dots, \varphi_{k_L}) = 0, \\ \Delta_{g2(j)}(P_0^*, C_{1(j)}, W_{2(j)}, \varphi_{k_1}, \dots, \varphi_{k_L}) = 0, (j=1), \\ \Delta_{g1(j)}(P_0^*, C_{1(j)}, W_{2(j-1)}, \varphi_{k_1}, \dots, \varphi_{k_L}) = 0, \\ \Delta_{g2(j)}(P_0^*, C_{1(j)}, W_{2(j)}, \varphi_{k_1}, \dots, \varphi_{k_L}) = 0, (j=2), \\ \dots \\ \Delta_{g1(n)}(P_0^*, C_{1(n)}, W_{2(n-1)}, \varphi_{k_1}, \dots, \varphi_{k_L}) = 0, \\ \Delta_{g2(n)}(P_0^*, C_{1(n)}, W_{2(n)}, \varphi_{k_1}, \dots, \varphi_{k_L}) = 0, (j=n), \\ \Delta_h(P_0^*, C_{1(n)}, C_{1(n-1)}, \dots, C_{1(1)}, W_{2(n)}, \\ W_{2(n-1)}, \dots, W_{2(1)}, \varphi_{k_1}, \dots, \varphi_{k_L}) = 0, \\ \Delta_{Psel(k_1)}(P_0^*, \varphi_{k_1}) = 0, \\ \Delta_{Psel(k_2)}(P_0^*, \varphi_{k_2}) = 0, \\ \Delta_{Psel(k_{L-1})}(P_0^*, \varphi_{k_{L-1}}) = 0, \\ \Delta_{Psel(k_L)}(P_0^*, \varphi_{k_L}) = 0, \end{array} \right. \quad (3)$$

Таким образом, размерность данной системы уравнений увеличена на количество регулируемых отборов пара ( $L$ ). Здесь  $k_1$  – номер ступени за первым регулируемым отбором пара,  $k_L$  – номер ступени за последним регулируемым отбором пара.

При этом, невязки для  $P_{sel(k)}$  определяются по нижеприведенной зависимости

$$\Delta_{Psel(k_L)} = \frac{P_{sel(k_L)}}{P_{sel(k_L)}^{set}} - 1,$$

а коэффициент скорости сопловой решетки  $\varphi_{k_l}$   $k_l$ -й ступени, соответственно, как

$$\varphi_{k_l} = \varphi_{k_l 0} \cdot e^{X_{(2n+1)+l}},$$

где  $P_{sel(k_l)}^{set}$  – заданное давление в камере отбора перед  $k_l$ -й ступенью;  $P_{sel(k_l)}$  – текущее расчетное значение статического давления;  $\varphi_{k_l 0}$  – начальное приближение коэффициента скорости сопловой решетки  $k_l$ -й ступени;  $l$  – номер регулируемого отбора пара, который принимает значения от 1 до  $L$ .

В данном случае, численное решение системы (3) осуществляется минимизацией функции

$$F = \sum_{j=1}^n (\Delta_{g1(j)}^2 + \Delta_{g2(j)}^2) + \Delta_h^2 + \sum_{l=1}^L \Delta_{Psel(k_l)}^2$$

по  $2n + 1 + L$  неизвестным переменным  $C_{1(1\dots n)}, W_{2(1\dots n)}, P_0^*, \varphi_{k_{(1\dots L)}}$ .

Расходы в сечениях вдоль оси ПЧ могут отличаться вследствие наличия надбандажных и прикорневых протечек, теплофикационных или

регенеративных отборов пара, сепарации влаги и т.д. Поэтому в уравнениях неразрывности величина массового расхода пара в соответствующих сечениях определяется как  $G_m = G_{m-1} + \Delta G_m$ , где  $\Delta G_m$  – заданное или уточняемое в итерациях изменение расхода при переходе от  $(m-1)$ -го сечения (венца) к  $m$ -му ( $m = 1, \dots, 2n$ ). Следует понимать, что для учета регулируемых отборов  $\Delta G_{mk} = G_{sel_k}$ .

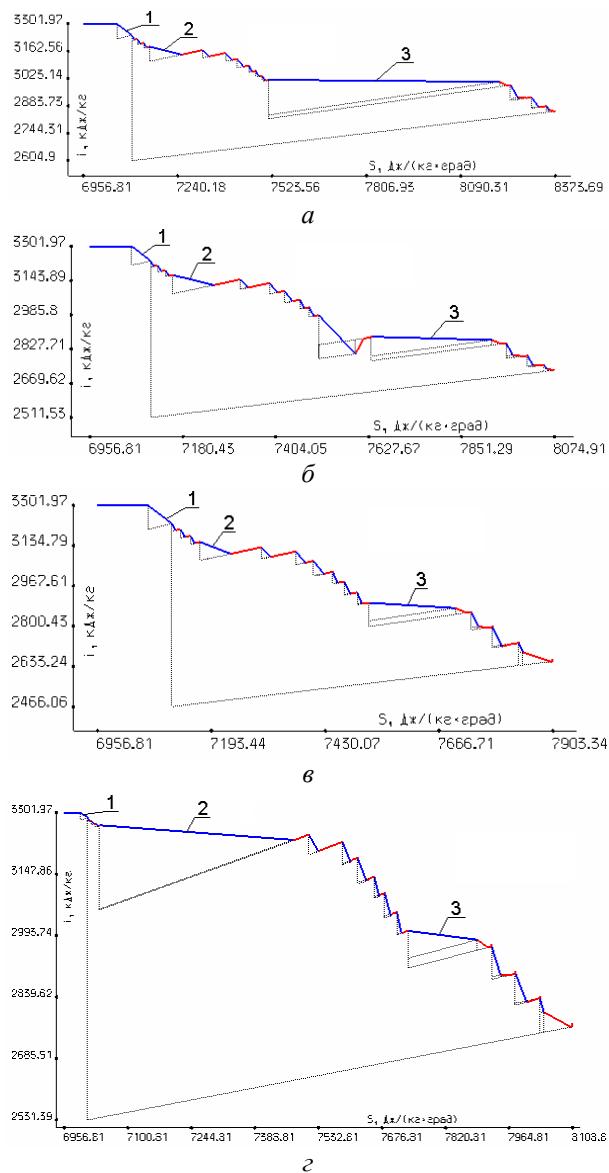
Для оценки потерь энергии используются хорошо зарекомендовавшие себя методы и методики: профильные потери оцениваются по методике Крейга и Кокса (с поправками ХПИ для базовой профильной потери) [9]; вторичные – по методике Г. Ю. Степанова [10]; потери от нестационарности – по С. З. Копелеву [11]; потери от прикорневых и диафрагменных протечек – в соответствии с руководящими техническими материалами ЦКТИ, остальные – определяются в соответствии с общепринятыми рекомендациями.

## Обсуждение результатов

Расчетные исследования процессов в теплофикационной турбине АПТ-12-1, выполненные с использованием, приведенной выше модификации комплексной математической модели, реализованной в ППР «TurboOptProject» (TOP) единого интегрированного информационного пространства САПР «Турбоагрегат» приведены в табл. 1 и показаны на рис. 2 и 3.

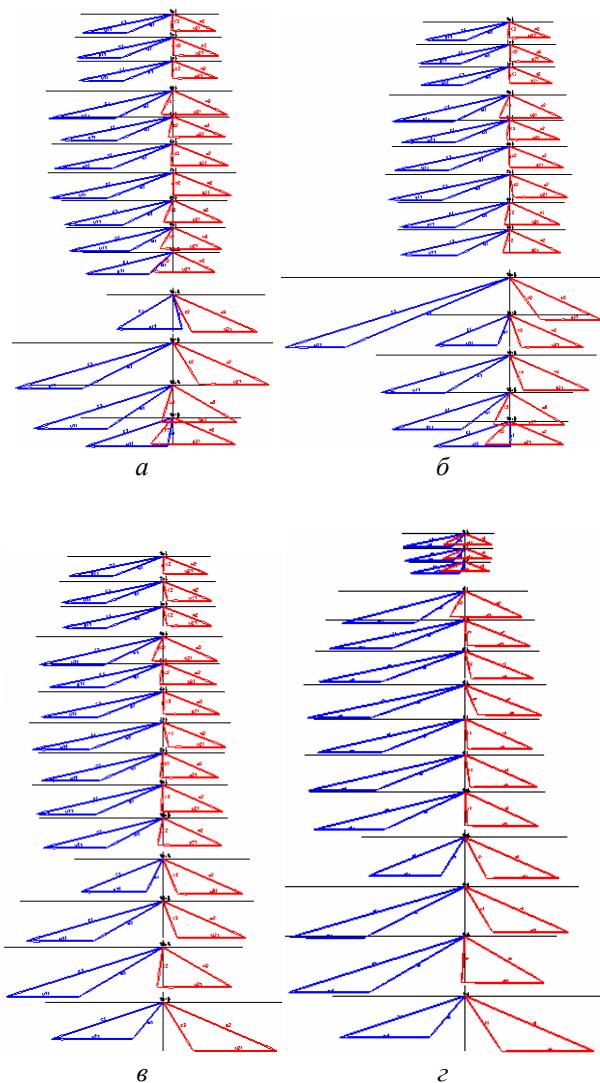
Исследования проводились при массовом расходе рабочего тела в голову турбины 110 т/час, давление и температура пара перед стопорным клапаном были равны соответственно 35 бар и 450 °C, а давление за последней ступенью турбины равнялось 0,0684 бар. В процессе численных исследований изменялись давления в камерах отбора (за 3-й и 10-й ступенями части давления), а также расходы отбираемого пара. В табл. 1 приведены основные режимные параметры, а также показатели эффективности сопловых решеток регулируемых поворотных диафрагм (4-й и 11-й ступеней), а также КПД этих ступеней и интегральные показатели качества части давления этой турбины.

Анализ данных приведенных в табл. 1, а также процессов на *iS*-диаграммах (рис. 2) и треугольников скоростей (рис. 3) показывает, что использование усовершенствованной системы уравнений (3) позволяет адекватно моделировать термогазодинамические процессы в проточной части теплофикационных турбин в широком диапазоне изменения давлений в камерах регулируемых отборов и величин массовых расходов пара на производственные и теплофикационные нужды.



*Рис. 2 – Процессы в iS-диаграмме различных режимов работы теплофикационной турбины АПТ-12-1: а – режим 5; б – режим 8; в – режим 12; г – режим 17 из табл. 1; 1, 2, 3 – процессы в регулирующей ступени и сопловых аппаратах регулируемых поворотных диафрагм 4-й и 11-й ступеней части давления соответственно*

Сравнивая рис. 2 $a$  и 3 $a$ , а также параметры режима 5 табл. 1 видно, что комбинация давлений и величин отборов пара в камерах отбора требует существенного относительного смещения статорной и поворотной частей соплового аппарата 11-й ступени, что приводит к значительному снижению эффективности этой сопловой решетки ( $\varphi_{11}^2 = 0,0622$ ), увеличению ее располагаемого теплоперепада и, при этом, процесс 3 рис. 2 $a$  практически приближается к чисто дроссельному.



*Рис. 3 – Треугольники скоростей различных режимов работы теплофикационной турбины АПТ-12-1: а – режим 5; б – режим 8; в – режим 12; г – режим 17 из табл. 1*

Уменьшение давления в камере теплофикационного отбора за 10-й ступенью (рис. 2 $b$ , 3 $b$ , режим 8 табл. 1) с 1,8 до 1,2 бар привело к увеличению  $\varphi_{(11)}^2$  с 0,0622 до 0,1091 и  $\eta_{oi(11)}$  с 10,95 до 15,24 %, а также к существенному увеличению располагаемого теплоперепада сопловой решетки 10-й ступени, значительному увеличению скорости  $C_{1(10)}$  и появлению отрицательной степени реактивности 10-й ступени давления. При этом, мощность части давления выросла больше чем на

1 МВт до 9,67 МВт, а КПД повысился с 56,09 до 59,44 %.

Особый интерес представляет оценка влияния уровня давления в камере производственного отбора пара на процессы в проточной части турбины АПТ-12-1. Сравнивая *iS*-диаграммы (рис. 2 $\sigma$  и 2 $\varphi$ ), а также треугольники скоростей (рис. 3 $\sigma$  и

3 $\varphi$ ) и данные из табл. 1 (режимы 12 и 17) видно, что увеличение давления в камере производственного отбора пара с 11 до 25 бар кардинальным образом влияет, как на процесс, так и на эффективность отдельных ступеней и части давления в целом.

Таблица 1 – Результаты численного исследования эффективности теплофикационной турбины АПТ-12-1

Номер режима	$P_{sel(3)}$ , бар	$G_{sel(3)}$ , т/час	$\varphi_{(4)}^2$	$\eta_{oi(4)}$ , %	$P_{sel(10)}$ , бар	$G_{sel(10)}$ , т/час	$\varphi_{(11)}^2$	$\eta_{oi(11)}$ , %	$N_{cyl}$ , МВт	$\eta_{oi}^{cyl}$
1	12,0	40,0	0,5436	23,31	0,7071	40,0	0,2168	24,91	10,54	60,99
2	12,0	40,0	0,5426	23,43	0,8071	30,0	0,3468	36,20	11,55	63,75
3	12,0	40,0	0,543	23,34	1,207	20,0	0,3162	34,07	11,76	62,50
4	12,0	40,0	0,5439	23,27	1,5	10,0	0,3317	35,18	12,33	61,58
<b>5</b>	<b>12,0</b>	<b>40,0</b>	<b>0,5438</b>	<b>23,09</b>	<b>1,8</b>	<b>40,0</b>	<b>0,0622</b>	<b>10,95</b>	<b>8,59</b>	<b>56,09</b>
6	12,0	40,0	0,5442	23,23	1,6	40,0	0,0736	11,94	8,94	57,12
7	12,0	40,0	0,5438	23,26	1,5	40,0	0,0805	12,58	9,11	57,67
<b>8</b>	<b>12,0</b>	<b>40,0</b>	<b>0,5428</b>	<b>23,31</b>	<b>1,2</b>	<b>40,0</b>	<b>0,1091</b>	<b>15,24</b>	<b>9,67</b>	<b>59,44</b>
10	12,0	40,0	0,5424	23,35	0,9	40,0	0,1581	19,49	10,35	61,45
11	12,0	40,0	0,5437	23,27	0,7	40,0	0,2202	25,24	10,52	60,85
<b>12</b>	<b>11,0</b>	<b>40,0</b>	<b>0,6503</b>	<b>27,89</b>	<b>1,2</b>	<b>20,0</b>	<b>0,3156</b>	<b>34,03</b>	<b>11,93</b>	<b>63,97</b>
13	14,0	40,0	0,4201	18,13	1,2	20,0	0,3245	34,64	11,5	59,91
14	17,0	40,0	0,3152	13,17	1,2	20,0	0,3334	35,2	11,31	56,91
15	20,0	40,0	0,2462	10,15	1,2	20,0	0,3395	35,57	11,11	54,41
16	23,0	40,0	0,1993	11,62	1,2	20,0	0,343	35,79	11,08	53,14
<b>17</b>	<b>25,0</b>	<b>40,0</b>	<b>0,1993</b>	<b>11,62</b>	<b>1,2</b>	<b>20,0</b>	<b>0,343</b>	<b>35,79</b>	<b>11,08</b>	<b>53,14</b>

Так, из рис. 2 $\varphi$  и 3 $\varphi$  видно, что располагаемые теплоперепады регулирующей ступени и первых трех ступеней давления существенным образом уменьшились, уменьшились и скорости потока пара (см. треугольники скоростей). При этом, располагаемый теплоперепад соплового аппарата регулируемой поворотной диафрагмы 4-й ступени значительно вырос, что привело к уменьшению как его  $\varphi_{(4)}^2$  с 0,6503 (режим 12) до 0,1993 (режим 17), так и уменьшению КПД 4-й ступени с 27,89 до 11,62 %, а также снижению мощности части давления с 11,93 до 11,08 МВт и внутреннего относительного КПД с 63,97 до 53,14 %.

Следует отметить, что решение задачи в постановке, соответствующей конденсационному режиму (без производственного и теплофикационного отборов) с использованием системы уравнений (2) и модифицированной системы уравнений (3) дают один и тот же результат, в том числе и по коэффициентам скорости сопловых решеток регулируемых поворотных диафрагм. Данный факт косвенным образом подтверждает, что использование математической модели, базирующейся на модифицированной системе уравнений (3) позволяет находить однозначно правильные решения и

адекватно описывать процессы в ПЧ теплофикационных турбин.

Необходимо отметить, что выбранная для численного исследования паровая турбина АПТ-12-1 является турбиной старого поколения и ее конструкция и концепция формирования проточной части весьма далеки от совершенства, что само по себе вызывает определенные трудности в моделировании ее работы. Вместе с тем, разработанная версия комплексной математической модели процессов в проточных частях паровых турбин с регулируемыми отборами пара показала свою надежность и высокую эффективность при моделировании процессов даже в таких, устаревших конструкциях проточных частей паровых турбин в широком диапазоне изменения параметров пара в камерах отбора.

Усовершенствованная математическая модель позволяет решать не только задачи анализа эффективности и аэродинамического качества существующих конструкций теплофикационных турбин, но и предоставляет возможность решения оптимизационных задач паровых турбин с регулируемыми отборами пара с учетом режимов эксплуатации. Это еще раз подчеркивает важность и актуальность данной работы.

## Выводы

1 Анализ расчетных исследований процессов в турбине АПТ-12-1 показал надежность и достоверность результатов получаемых с использованием разработанной математической модели в широких пределах изменения давлений в камерах регулируемых отборов пара и величин массовых расходов отбираемого пара.

2 Подтверждено существенное влияние на характер процессов в проточной части турбины, эффективность сопловых решеток регулируемых поворотных диафрагм и их ступеней, а также на интегральные показатели качества всей турбины уровней давления в камерах регулируемых отборов и величин массовых расходов обираемого пара.

3 Разработанная комплексная математическая модель процессов в турбине с регулируемыми отборами пара может быть использована в задачах анализа и оптимального проектирования паровых турбин с регулируемыми отборами пара на производственные и теплофикационные нужды с учетом режимов работы.

## Список литературы

- 1 Щегляев, А. В. Паровые турбины [Текст] : учеб. для ВУЗов в 2-х кн. / А. В. Щегляев. – М. : Энергоатомиздат, 1993. – Кн. 2. – 414 с. – ISBN 5-283-00264-0.
- 2 Бенсон, Е. И. Теплофикационные паровые турбины [Текст] / Е. И. Бенсон, Л. С. Иоффе. –2-е изд. – М. : Энергоатомиздат, 1986. – 270 с.
- 3 Трухний, А. Д. Теплофикационные паровые турбины и турбоустановки [Текст] : учебн. пособ. / А. Д. Трухний, Б. В. Ломакин. – М. : МЭИ, 2002.– 540 с. – ISBN 5-7046-0722-5.
- 4 Слабченко, О. Н. Результаты расчета течения в каналах регулирующей поворотной диафрагмы теплофикационной турбины [Текст] / О. Н. Слабченко, Д. В. Кирсанов // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Харків : НТУ «ХПІ», 2008. – № 6. – С. 73–75. – Бібліогр. : 5 назв. – ISSN 2078-774X.
- 5 Рusanov, A. V. Разработка проточной части теплофикационных турбин мощностью 2,5 и 5 МВт с использованием современных компьютерных технологий [Текст] / А. В. Рusanov, П. Лампарт, Р. А. Рusanov, Н. В. Пащенко // Проблемы машиностроения. – 2015. – Т. 18, № 3. – С. 16–26.
- 6 Дроконов, А. М. Совершенствование регулирующих диафрагм паровых турбин [Текст] / А. М. Дроконов, А. Е. Дроконов // Вестник Брянского государственного технического университета. – 2015. – № 2(46). – С. 26–31.
- 7 Бойко, А. В. Основы теории оптимального проектирования проточной части осевых турбин [Текст] : учебн. [для студ. высш. учеб. завед.] / А. В. Бойко, Ю. Н. Говорущенко. – Харьков : Вища школа, 1989. – 217 с.
- 8 Бойко, А. В. Многокритериальная многопараметрическая оптимизация проточной части осевых турбин с учетом режимов эксплуатации [Текст] : моногр. / А. В. Бойко, А. П. Усатый, А. С. Руденко. – Харьков : Підручник НТУ «ХПІ», 2014. – 220 с. – ISBN 978-966-2426-94-6
- 9 Craig, H. R. M. Performance estimation of axial flow turbines [Text] / H. R. M. Craig, H. J. A. Cox // Proc Instn. Mech. Engrs. – 1971. – Vol. 185, 32/71. – P. 407–424.
- 10 Степанов, Г. Ю. Гидродинамика решеток турбомашин [Текст] / Г. Ю. Степанов. – М. : ГИФМЛ, 1962. – 512 с.
- 11 Копелев, С. З. Аэродинамические потери в лопаточных решетках рабочих колес турбин при нестационарном обтекании [Текст] / С. З. Копелев, В. В. Зикеев // Теплоэнергетика. – 1979. – № 8. – С. 40–44.

## Bibliography (transliterated)

- 1 Shchegliaev, A. V. (1993), *Parovye turbiny* [Steam turbines], Jenergoatomizdat, Moscow, Russia, ISBN 5-283-00264-0.
- 2 Benson, E. I. and Ioffe, L. S. (1986), *Teplofikacionnye parovye turbiny* [Cogeneration steam turbine], no. 2, Jenergoatomizdat, Moscow, Russia.
- 3 Trukhniy, A. D. and Lomakin, B. V. (2002), *Teplofikacionnye parovye turbiny i turboustanovki* [Cogeneration steam turbine and turboinstallations], MJel, Moscow, Russia, ISBN 5-7046-0722-5.
- 4 Slabchenko, O. N. and Kirsanov, D. V. (2008), “The results of the flow’s calculation in the regulating rotational nozzle’s channels of cogeneration turbine”, *Bulletin of NTU "KhPI"*. Series: *Power and heat engineering processes and equipment*, no. 6, pp. 73–75.
- 5 Rusanov, A. V., Lampart, P., Rusanov, R. A. and Pascenco, N. V. (2015), “Development flow of the cogeneration turbine capacity of 2.5 MW and 5 with the use of modern computer technology”, *Engineering Problems*, vol. 18, no. 3, pp. 16–26.
- 6 Drokonov, A. M. and Drokonov, A. E. (2015), “Improving regulatory diaphragms of steam turbines”, *Herald Bryansk State Technical University*, no. 2, pp. 26–31.
- 7 Boiko, A. V. and Govoruschenko, Y. N. (1989), *Osnovy teorii optimal'nogo proektirovaniya protochnoj chasti osevyh turbin* [The fundamentals of the theory of optimal design of axial turbines flow paths], Vishcha Shkola, Kharkov, Ukraine.
- 8 Boiko, A. V., Usaty, A. P. and Rudenko, A. S. (2014), *Mnogokriterial'naja mnogoparametricheskaja optimizacija protochnoj chasti osevyh turbin s uchetom rezhimov jeksploatacii* [Multi-criterion multi-parametric optimization of flow paths of axial turbines taking into consideration their mode of operation], NTU "KhPI", Kharkov, Ukraine.
- 9 Craig, H. R. M. and Cox, H. J. A. (1971), “Performance estimation of axial flow turbines”, *ProcInstn. Mech. Engrs*, vol. 185, 32/71, pp. 407–424.
- 10 Stepanov, G. Yu. (1962), *Gidrodinamika reshetok turbomashin* [Hydrodynamics of turbo machines grids], GIFML, Moscow, Russia.
- 11 Kopelev, S. Z. and Zikeev, V. V. (1979), “Aerodynamic losses of turbine blade rims with unsteady flow”, *Thermal Engineering*, no. 8, pp. 40–44.

**Сведения об авторах (About authors)**

**Бойко Анатолий Владимирович** – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры турбиностроения, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков, Украина; e-mail: aboiko@kpi.kharkov.ua, ORCID 0000-0003-4549-3577.

**Boiko Anatoly** – Doctor of technical science, Professor, Professor of Turbine Projection Chair named after prof. Makovski V. M., National Technical university “Kharkov Polytechnic Institute”, Kharkov, Ukraine.

**Усатый Александр Павлович** – доктор технических наук, старший научный сотрудник, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», профессор кафедры турбиностроения, г. Харьков, Украина; e-mail: alpaus@ukr.net, ORCID 0000-0002-8568-5007.

**Usaty Alexander** – Doctor of technical science, Senior researcher, Professor of Turbine Projection Chair named after prof. Makovski V. M., National Technical university “Kharkov Polytechnic Institute”, Kharkov, Ukraine.

*Пожалуйста ссылайтесь на эту статью следующим образом:*

**Бойко, А. В.** Комплексная математическая модель процессов в турбине с регулируемыми отборами пара [Текст] / А. В. Бойко, А. П. Усатый // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – № 8(1180). – С. 28–36. – Бібліогр.: 11 назв. – ISSN 2078-774X. – doi: 10.20998/2078-774X.2016.08.04.

*Please cite this article as:*

**Boiko, A. V. and Usaty, A. P.** (2016), “Integrated Mathematical Model of the Processes in the Turbine with Adjustable Steam Extraction”, *Bulletin of NTU “KhPI”. Series: Power and heat engineering processes and equipment*, no. 8(1180), pp. 28–36, ISSN 2078-774X, doi: 10.20998/2078-774X.2016.08.04.

*Будь ласка посилайтесь на цю статтю наступним чином:*

**Бойко, А. В.** Комплексна математична модель процесів в турбіні з відборами пари, що регулюються [Текст] / А. В. Бойко, О. П. Усатий // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – № 8(1180). – С.28–36. – Бібліогр.: 11 назв. – ISSN 2078-774X. – doi: 10.20998/2078-774X.2016.08.04.

**АНОТАЦІЯ** В роботі наведена загальна система рівнянь, що описує термогазодинамічні процеси в усіх складових частинах турбіни з регульованими відборами пари, а також приводиться метод її рішення. Розв’язання даної системи рівнянь дозволяє проводити комплексний тепловий розрахунок турбіни, яка складається з системи паророзподілу (соплового або дросельного) з одно або двох вінцевим регулюючим ступенем, а також решту проточної частини, що формується із ступенів тиску. При цьому, коефіцієнти швидкості для соплових решіток поворотних діафрагм, що забезпечують регулювання відборів пари на виробничі і теплофікаційні потреби, визначаються в результаті розв’язання загальної системи рівнянь.

**Ключові слова:** теплофікаційна парова турбіна, поворотна регулююча діафрагма, коефіцієнт швидкості, тепловий розрахунок, математична модель.

Поступила (received) 08.15.2016